

# ENSINO MÉDIO

PROBLEMA COM A MATEMÁTICA? SOLUÇÃO...



## Capítulo 4: Aritmética de Funções

### Introdução

Neste capítulo, será explorada a aritmética de funções. Duas funções  $f(x)$  e  $g(x)$  com um domínio comum podem ser adicionadas, subtraídas, multiplicadas e divididas, a fim de formar novas funções.

$$h_1(x) = f(x) + g(x)$$

$$h_2(x) = f(x) - g(x)$$

$$h_3(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$h_4(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Nossa notação expressa o valor das funções em  $x$  e, por esse motivo, enfatiza as definições em um ponto, usadas na aritmética de funções.

Para especificar-se uma das funções  $h_k(x)$ , é preciso especificar também a fórmula por meio da qual os valores de  $h_k(x)$  são calculados. A notação mostra, por exemplo, que o valor de  $h_1(x)$  é simplesmente a soma de dois números  $f(x)$  e  $g(x)$ . Esta é a fórmula para cada ponto  $x$  no domínio comum de  $f(x)$  e  $g(x)$ .

Similarmente, pode-se especificar as funções  $h_2(x)$  e  $h_3(x)$ . A única dificuldade encontrada na definição de  $h_4(x)$  ocorre nos pontos para os quais a função  $g(x)$  assume valor zero, onde a fração  $\frac{f(x)}{g(x)}$  torna-se não definida. Sendo assim, os domínios para  $h_k(x)$ ,  $k = 1, 2, 3$  serão os mesmos que o domínio comum de  $f(x)$  e  $g(x)$ , a não ser pelo domínio de  $h_4(x)$ , que poderá ser menor.

Os domínios de  $h_k(x)$ ,  $k = 1, \dots, 4$  não podem ser maiores que o domínio comum de  $f(x)$  e  $g(x)$ . Suponhamos, por exemplo, que as funções

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x}$$

e

$$g(x) = 2 - \frac{1}{x}$$

sejam adicionadas. A regra para esta soma é  $h(x) = 3$ . Contudo, o domínio não poderiam ser todos os números reais, pois o domínio comum para  $f(x)$  e  $g(x)$  são todos os reais, com exceção de  $x = 0$ . Este seria também o domínio da soma  $h(x)$ .

## ▼ Índice de Termos

Os seguintes termos, neste capítulo, têm conexão com o Dicionário do Maple; para mais informações vá em [Dicionário Matemático](#).

[eixo de simetria](#)

[domínio](#)

[intercepta](#)

[intervalo](#)

[ponto médio](#)

[parábola](#)

[fórmula quadrática](#)

[quociente](#)

[imagem](#)

[número real](#)

[zero](#)

## ▼ Problemas Típicos

Consideremos as regras  $f(x) = 2x + 1$  e  $g(x) = x^2 + x - 1$  para duas funções cujo domínio comum é o conjunto de todos os números reais. Nos problemas 4.1 - 4.4, obtenha a expressão aritmética indicada para a função  $h(x)$ , trace seu gráfico e determine o domínio e a imagem. Além disso, calcule  $h(3)$  e mostre que este valor também pode ser obtido a partir de uma combinação apropriada dos números  $f(3)$  e  $g(3)$ .

4.1.  $h(x) = f(x) + g(x)$

4.2.  $h(x) = f(x) - g(x)$

4.3.  $h(x) = f(x) g(x)$

4.4.  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

## Inicializações do Maple

Antes de acessar a versão do Maple para as soluções do problemas típicos apresentados acima, inicialize o Maple apertando o botão à direita.

Inic...

## Soluções

### Problema 4.1

#### 4.1 - Solução Matemática

Se  $f(x) = 2x + 1$  e  $g(x) = x^2 + x - 1$ , tendo todos os reais como domínio comum, então a regra para  $h(x) = f(x) + g(x)$  é dada por

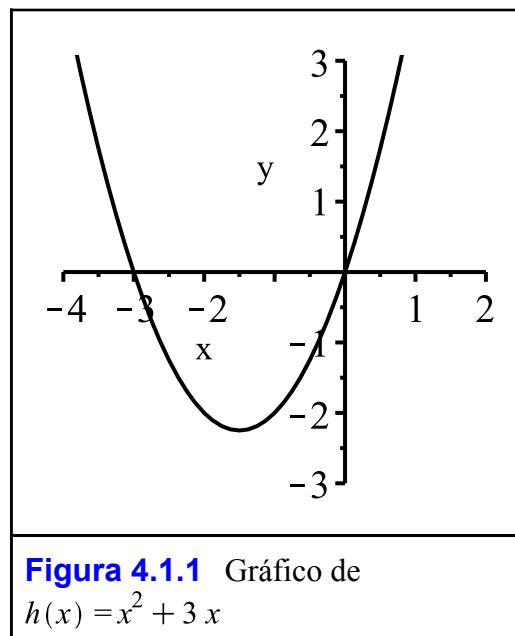
$$h(x) = x^2 + 3x$$

e seu gráfico é dado na Figura 4.1.1.

O domínio para  $h(x)$  são, novamente, os números reais, enquanto sua imagem é o conjunto dos reais

$y$  para os quais  $y > -\frac{9}{4}$ . Uma forma de

determinar o menor valor de  $y$  na imagem de  $h(x)$  consiste em encontrar o eixo de simetria da parábola dada pelo gráfico de  $h(x)$ .



Este eixo de simetria é o ponto médio entre as interseções em  $x$ , ou seja,  $x = 0$  e  $x = -3$ .

Portanto, o eixo de simetria é  $y = -\frac{3}{2}$  e o vértice da parábola é o ponto

$$\left(-\frac{3}{2}, h\left(-\frac{3}{2}\right)\right) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right).$$

Como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ , tem-se  $h(3) = 18 = 7 + 11$ , tal que  $h(3) = f(3) + g(3)$ .

#### 4.1 - Solução via Maplet

A soma aritmética das funções

$$f(x) = 2x + 1$$

e

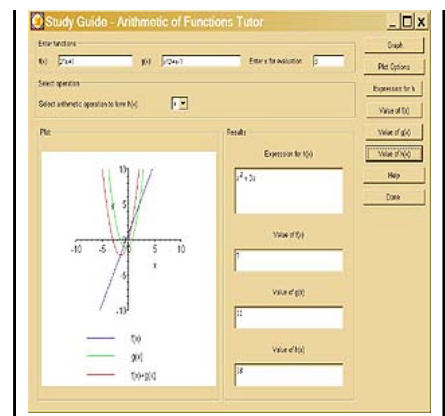
$$g(x) = x^2 + x - 1$$

ou seja,

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

assim como seu gráfico, domínio e imagem e também os valores das funções  $h(3)$ ,  $f(3)$  e  $g(3)$  são apresentados no tutorial [Aritmética de Funções](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 4.1.2.



**Figura 4.1.2** Imagem do Tutorial Aritmética de Funções

A regra para a soma é dada por

$$h(x) = x^2 + 3x$$

Do gráfico de  $h(x)$  pode-se deduzir que o domínio é todo o conjunto dos números reais e a imagem é o conjunto dos números reais  $y$  maiores ou iguais a  $-\frac{9}{4}$ . Uma maneira de determinar o menor valor de  $y$  na imagem de  $h(x)$  consiste em encontrar o eixo de simetria para a parábola, que é o gráfico de  $h(x)$ . Este eixo de simetria é o ponto médio entre as interseções em  $x$ , ou seja,  $x = 0$  e  $x = -3$ . Portanto, o eixo de simetria é  $y = -\frac{3}{2}$  e o vértice da parábola é o ponto  $\left(-\frac{3}{2}, h\left(-\frac{3}{2}\right)\right) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ .

Pode-se também verificar que, como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ , tem-se

$$h(3) = 18 = 7 + 11$$

Para iniciar o **Tutorial Aritmética de Funções**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Aritmética de Funções](#).

#### ▼ 4.1 - Solução Interativa

| Insira os dados fornecidos                                                                                                                        |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Control-arraste a equação <math>f(x) = \dots</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Control-arraste a equação <math>g(x) = \dots</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Digite <math>h(x) = f(x) + g(x)</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>              |  |

| Desenhe o gráfico de $h(x)$                                                                                                                                                                                  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>• Menu de Contexto: Gráficos &gt; Construtor de Gráficos &gt; <math>-4 \leq x \leq 2</math></li> </ul> |  |
| Imagem: Determine o mínimo de $f(x)$                                                                                                                                                                         |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>• Menu de Contexto: Complete o Quadrado &gt; <math>x</math></li> </ul>                                 |  |
| Mostre que $h(3) = f(3) + g(3)$                                                                                                                                                                              |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                           |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome &gt; <math>f3</math></li> </ul>       |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>g(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome &gt; <math>g3</math></li> </ul>       |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f3 + g3</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                        |  |

#### ▼ 4.1 - Solução via Comandos do Maple

|                                                                                                                                                                          |                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Insira as funções $f(x)$ e $g(x)$ .                                                                                                                                      | > $f := x \rightarrow 2x + 1;$<br>$g := x \rightarrow x^2 + x - 1$ |
| Defina a função $h(x) = f(x) + g(x)$ .                                                                                                                                   | > $h := unapply(f(x) + g(x), x)$                                   |
| Construa o gráfico de $h(x)$ .                                                                                                                                           | > $plot(h(x), x = -4..2, y = -3..3)$                               |
| Obtenha as interseções $x$ de $h(x)$ .                                                                                                                                   | > $solve(h(x) = 0, x)$                                             |
| Obtenha o vértice da parábola representada por $h(x)$ calculando $h(x)$ na coordenada $x$ entre as duas interseções em $x$ ,                                             | > $h\left(-\frac{3}{2}\right)$                                     |
| Do gráfico de $h(x)$ , vemos que o domínio é o conjunto de todos os números reais, e a imagem é o conjunto de todos os reais do vértice para cima. Ou seja, a imagem é o |                                                                    |

conjunto dos reais  $y$  onde  $y \geq -\frac{9}{4}$ .

Obtenha o valor de  $h(3)$ . >  $h(3)$

Compute  $f(3)$  e  $g(3)$ . >  $F3 := f(3);$   
 $G3 := g(3)$

Mostre que a soma de  $f(3)$  e  $g(3)$  é  $h(3)$ . >  $F3 + G3$

## Problema 4.2

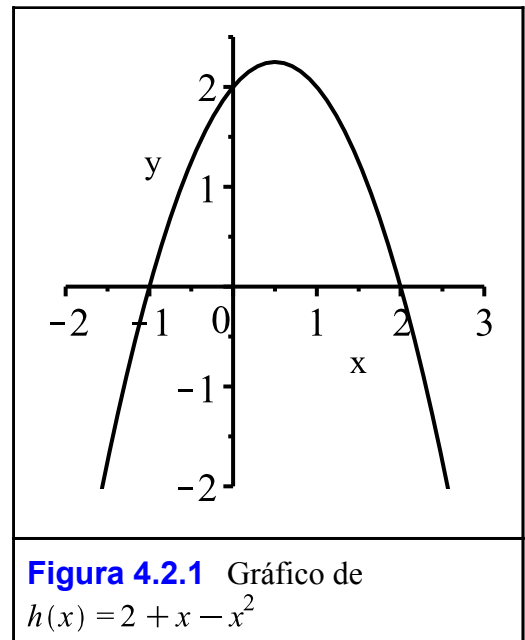
### 4.2 - Solução Matemática

Se  $f(x) = 2x + 1$  e  $g(x) = x^2 + x - 1$ , sendo o domínio comum dado por todos os reais, então a regra para  $h(x) = f(x) - g(x)$  é dada por

$$h(x) = 2 + x - x^2$$

e seu gráfico é dado na Figura 4.2.1.

O domínio para  $h(x)$  são, novamente, os números reais, enquanto sua imagem é o conjunto dos reais  $y$  para os quais  $y \leq -\frac{9}{4}$ . Uma forma de determinar o valor máximo de  $y$  na imagem de  $h(x)$  consiste em encontrar o eixo de simetria para a parábola dada pelo gráfico de  $h(x)$ .



**Figura 4.2.1** Gráfico de  $h(x) = 2 + x - x^2$

Este eixo de simetria é o ponto médio entre as interseções em  $x$ , ou seja,  $x = -1$  e  $x = 2$ .

Portanto, o eixo de simetria é  $y = \frac{1}{2}$  e o vértice da parábola é o ponto

$$\left( \frac{1}{2}, h\left(\frac{1}{2}\right) \right) = \left( \frac{1}{2}, \frac{9}{4} \right).$$

Como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ , tem-se  $h(3) = -4 = 7 - 11$ , de forma que  $h(3) = f(3) - g(3)$ .

### 4.2 - Solução via Maplet

A subtração aritmética das funções

e

$$f(x) = 2x + 1$$

$$g(x) = x^2 + x - 1$$

ou seja,

$$h(x) = f(x) - g(x)$$

Assim como seu gráfico, domínio e imagem, além dos valores das funções  $h(3)$ ,  $f(3)$  e  $g(3)$ , são dados pelo tutorial [Aritmética de Funções](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 4.2.2.

A regra para a diferença é

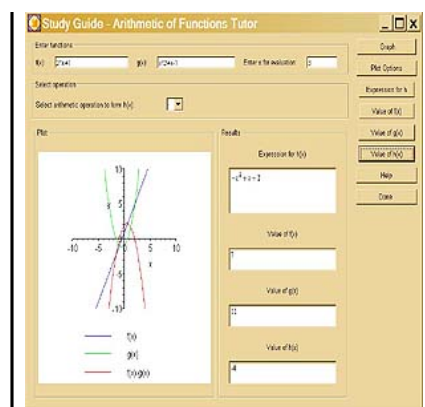
$$h(x) = -x^2 + x + 2$$

Do gráfico de  $h(x)$ , pode-se deduzir que o domínio é o conjunto de todos os números reais, enquanto a imagem é o conjunto dos números reais  $y$ , tal que  $y \leq \frac{9}{4}$ . Uma maneira de determinar o valor máximo de  $y$  na imagem de  $h(x)$  consiste em encontrar o eixo de simetria da parábola dada pelo gráfico de  $h(x)$ . Este eixo de simetria é o ponto médio entre as interseções em  $x$ , ou seja,  $x = -1$  e  $x = 2$ . Portanto, o eixo de simetria é  $y = \frac{1}{2}$  e o vértice da parábola é o ponto  $\left(\frac{1}{2}, h\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$ .

Pode-se também observar que, como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ , tem-se

$$h(3) = 18 = 7 - 11$$

Para iniciar o **Tutorial Aritmética de Funções**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Aritmética de Funções](#).



**Figura 4.2.2** Imagem do Tutorial Aritmética de Funções

## 4.2 - Solução Interativa

| Insira os dados fornecidos                                                                                                                        |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Control-arraste a equação <math>f(x) = \dots</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Control-arraste a equação <math>g(x) = \dots</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Digite <math>h(x) = f(x) - g(x)</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>              |  |

| Desenhe o gráfico de $h(x)$                                                                                                                                                                                  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>• Menu de Contexto: Gráficos &gt; Construtor de Gráficos &gt; <math>-2 \leq x \leq 3</math></li> </ul> |  |
| Imagem: Determine o máximo de $f(x)$                                                                                                                                                                         |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>• Menu de Contexto: Complete o Quadrado &gt; <math>x</math></li> </ul>                                 |  |
| Mostre que $h(3) = f(3) - g(3)$                                                                                                                                                                              |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                           |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome &gt; <math>f3</math></li> </ul>       |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>g(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome &gt; <math>g3</math></li> </ul>       |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f3 - g3</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                        |  |

## ▼ 4.2 - Solução via Comandos do Maple

|                                                                                                                              |                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Insira as funções $f(x)$ e $g(x)$ .                                                                                          | > $f := x \rightarrow 2x + 1;$<br>$g := x \rightarrow x^2 + x - 1$ |
| Defina a função $h(x) = f(x) - g(x)$ .                                                                                       | > $h := unapply(f(x) - g(x), x)$                                   |
| Construa o gráfico de $h(x)$ .                                                                                               | > $plot(h(x), x = -2 .. 3, y = -3 .. 3)$                           |
| Obtenha as interseções $x$ de $h(x)$ .                                                                                       | > $solve(h(x) = 0, x)$                                             |
| Obtenha o vértice da parábola representada por $h(x)$ calculando $h(x)$ na coordenada $x$ entre as duas interseções em $x$ , | > $h\left(\frac{1}{2}\right)$                                      |
| Do gráfico de $h(x)$ , vemos que o domínio é o conjunto de todos os números reais, e a                                       |                                                                    |

imagem é o conjunto de todos os reais do vértice para cima. Ou seja, a imagem é o conjunto dos reais  $y$  onde  $y \leq \frac{9}{4}$ .

Obtenha o valor de  $h(3)$ .

>  $h(3)$

Compute  $f(3)$  e  $g(3)$ .

>  $F3 := f(3);$   
 $G3 := g(3)$

Mostre que a diferença de  $f(3)$  e  $g(3)$  é  $h(3)$ .

>  $F3 - G3$

## Problema 4.3

### 4.3 - Solução Matemática

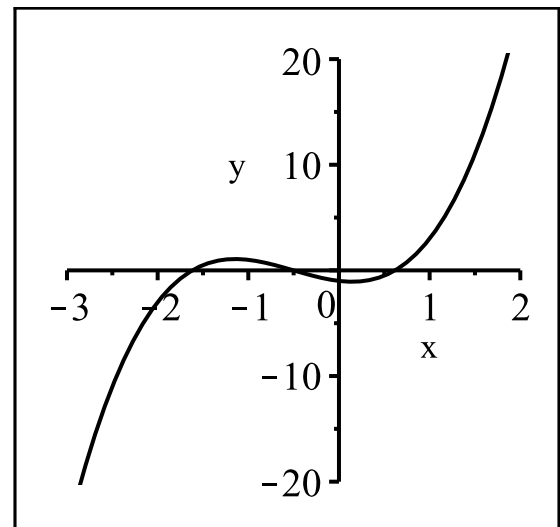
Se  $f(x) = 2x + 1$  e  $g(x) = x^2 + x - 1$ , sendo o domínio comum dado por todos os reais, então a regra para  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$  é dada por

$$h(x) = (2x + 1)(x^2 + x - 1) = 2x^3 + 3x^2 - x - 1$$

e seu gráfico é dado na Figura 4.3.1.

Novamente, o domínio para  $h(x)$  são todos os números reais, assim como a imagem.

Como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ , tem-se  $h(3) = 77 = (7)(11)$ , tal que  $h(3) = f(3) \cdot g(3)$ .



**Figura 4.3.1** Gráfico de  $h(x) = 2x^3 + 3x^2 - x - 1$

### 4.3 - Solução via Maplet

O produto aritmético das funções

$$f(x) = 2x + 1$$

e

$$g(x) = x^2 + x - 1$$

ou seja,

$$h(x) = f(x) \cdot g(x)$$

assim como seu gráfico, domínio e imagem, além dos valores das funções  $h(3)$ ,  $f(3)$  e  $g(3)$  são dados pelo tutorial [Aritmética de Funções](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 4.3.2.

A regra para o produto é

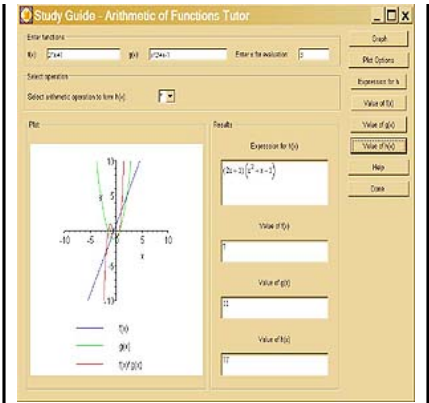
$$h(x) = (2x + 1) (x^2 + x - 1)$$

Do gráfico de  $h(x)$  pode-se deduzir que o domínio e a imagem são ambos o conjunto de todos os números reais.

Pode-se também observar que, como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ ,

$$h(3) = 77 = (7) (11)$$

Para iniciar o **Tutorial Aritmética de Funções**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Aritmética de Funções](#).



**Figura 4.3.2** Imagem do Tutorial Aritmética de Funções

### 4.3 - Solução Interativa

| Insira os dados fornecidos                                                                                                                                                                                                         |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Control-arraste a equação <math>f(x) = \dots</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>                                                                                  |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Control-arraste a equação <math>g(x) = \dots</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>                                                                                  |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Digite <math>h(x) = f(x)g(x)</math></li> <li>Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>                                                                                                  |  |
| Desenhe o gráfico de $h(x)$                                                                                                                                                                                                        |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>Menu de Contexto:               <div>Gráficos &gt; Construtor de Gráficos &gt; <math>-3 \leq x \leq 2</math></div> </li> </ul> |  |
| Mostre que $h(3) = f(3) g(3)$                                                                                                                                                                                                      |  |

|                                                                                                                                                                                                               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                            |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome <math>\rightarrow f3</math></li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>g(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome <math>\rightarrow g3</math></li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f3 \cdot g3</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                     |  |
| Domínio e imagem de $h(x)$                                                                                                                                                                                    |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• O domínio e a imagem podem ser tirados do gráfico de <math>h(x)</math></li> </ul>                                                                                    |  |

### ▼ 4.3 - Solução via Comandos do Maple

|                                                                                                         |                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Insira as funções $f(x)$ e $g(x)$ .                                                                     | $\begin{aligned} &> f := x \rightarrow 2x + 1; \\ &g := x \rightarrow x^2 + x - 1 \end{aligned}$ |
| Defina a função $h(x) = f(x)g(x)$ .                                                                     | $> h := unapply(f(x)g(x), x)$                                                                    |
| Construa o gráfico de $h(x)$ .                                                                          | $> plot(h(x), x = -3 .. 2)$                                                                      |
| Obtenha as interseções $x$ de $h(x)$ .                                                                  | $> solve(h(x) = 0, x)$                                                                           |
| Do gráfico de $h(x)$ , vemos que ambos o domínio e a imagem serão o conjunto de todos os números reais. |                                                                                                  |
| Obtenha o valor de $h(3)$ .                                                                             | $> h(3)$                                                                                         |
| Compute $f(3)$ e $g(3)$ .                                                                               | $\begin{aligned} &> F3 := f(3); \\ &G3 := g(3) \end{aligned}$                                    |
| Mostre que o produto de $f(3)$ e $g(3)$ é $h(3)$ .                                                      | $> F3G3$                                                                                         |

### ▼ Problema 4.4

#### 4.4 - Solução Matemática

Se  $f(x) = 2x + 1$  e  $g(x) = x^2 + x - 1$ , sendo o domínio comum dado por todos os reais, então a regra para  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  é dada por

$$h(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x - 1}$$

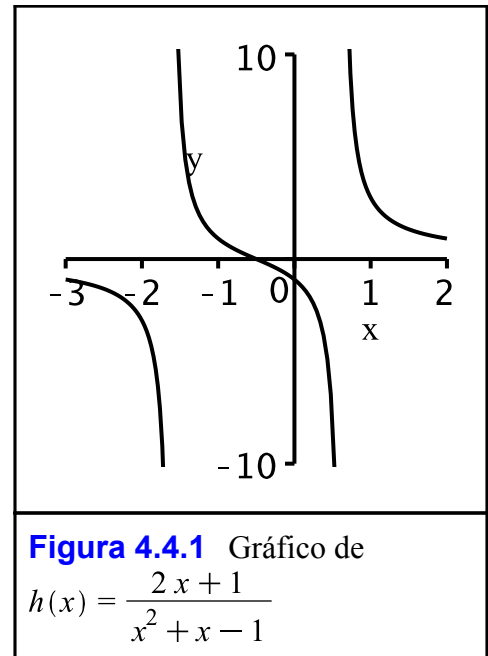
e seu gráfico é dado na Figura 4.4.1.

O domínio de  $h(x)$  são todos os números reais menos as duas coordenadas em  $x$  onde  $h(x)$  possui assíntotas verticais. Estes dois valores, os zeros de  $g(x)$  ou, ainda, o denominador de  $h(x)$ , são  $x =$

$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ , obtidos por meio da fórmula quadrática.

A imagem é o conjunto dos números reais.

Como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ , tem-se  $h(3) = \frac{7}{11}$ , de forma que  $h(3) = \frac{f(3)}{g(3)}$ .



**Figura 4.4.1** Gráfico de  $h(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x - 1}$

#### 4.4 - Solução via Maplet

O quociente aritmético das funções

$$f(x) = 2x + 1$$

e

$$g(x) = x^2 + x - 1$$

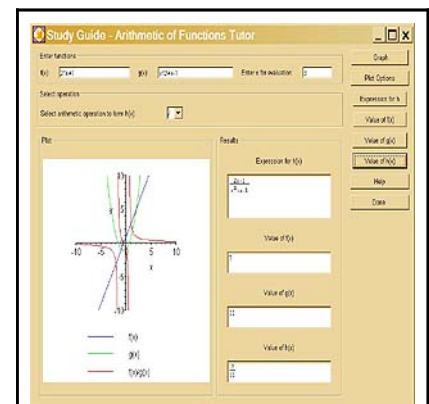
ou seja,

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

assim como seu gráfico, domínio e imagem, além dos valores das funções  $h(3)$ ,  $f(3)$  e  $g(3)$  são dados pelo tutorial [Aritmética de Funções](#).

Ao se clicar sobre este link o tutorial com a solução será iniciado como mostrado na Figura 4.4.2.

A regra para o quociente é



**Figura 4.4.2** Imagem do Tutorial Aritmética de Funções

$$h(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x - 1}$$

Do gráfico de  $h(x)$  pode-se deduzir que seu domínio são todos os números reais menos as duas coordenadas em  $x$  onde existe uma assíntota vertical. Estes dois valores, os zeros de  $g(x)$  ou, ainda, o denominador de  $h(x)$ , são  $x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ , obtidos por meio da fórmula quadrática.

Pode-se também observar que, como  $f(3) = 7$  e  $g(3) = 11$ ,

$$h(3) = \frac{7}{11}$$

Para iniciar o **Tutorial Aritmética de Funções**, deve-se clicar sobre o link a seguir: [Tutorial Aritmética de Funções](#).

#### ▼ 4.4 - Solução Interativa

| Insira os dados fornecidos                                                                                                                                                                                   |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Control-arraste a equação <math>f(x) = \dots</math></li> <li>• Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>                                                        |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Control-arraste a equação <math>g(x) = \dots</math></li> <li>• Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>                                                        |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}</math></li> <li>• Menu de Contexto: Associe a Função</li> </ul>                                                               |  |
| Desenhe o gráfico de $h(x)$                                                                                                                                                                                  |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>• Menu de Contexto: Gráficos &gt; Construtor de Gráficos &gt; <math>-3 \leq x \leq 2</math></li> </ul> |  |
| Domínio de $h(x)$                                                                                                                                                                                            |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math> e pressione a tecla Enter.</li> <li>• Menu de Contexto: Resolver &gt; Resolver</li> </ul>                                                  |  |
| Mostre que $h(3) = \frac{f(3)}{g(3)}$                                                                                                                                                                        |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>h(x)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                           |  |

|                                                                                                                                                                                                               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>f(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome <math>\rightarrow f3</math></li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>g(3)</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> <li>• Menu de Contexto: Associe a um Nome <math>\rightarrow g3</math></li> </ul> |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Digite <math>\frac{f3}{g3}</math></li> <li>• Menu de Contexto: Resolva e Exiba na Linha</li> </ul>                                                                   |  |

#### ▼ 4.4 - Solução via Comandos do Maple

|                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Insira as funções $f(x)$ e $g(x)$ .                                                                                                                                                                                                            | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad f := x \rightarrow 2x + 1;$<br>$\quad \quad \quad g := x \rightarrow x^2 + x - 1$                         |
| Defina a função $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ .                                                                                                                                                                                                   | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad h := \text{unapply}\left(\frac{f(x)}{g(x)}, x\right)$                                                     |
| Construa o gráfico de $h(x)$ .                                                                                                                                                                                                                 | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad \text{plot}(h(x), x = -3 \dots 2, y = -10 \dots 10,$<br>$\quad \quad \quad \text{discont} = \text{true})$ |
| Assíntotas verticais ocorrem onde $g(x) = 0$ .                                                                                                                                                                                                 | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad \text{solve}(g(x) = 0, x)$                                                                                |
| Do gráfico de $h(x)$ , vemos que o domínio é o conjunto de todos os números reais, exceto pelos dois números nos quais $g(x) = 0$ , ou seja, para $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ . A imagem é o conjunto de todos os números reais. |                                                                                                                                            |
| Obtenha o valor de $h(3)$ .                                                                                                                                                                                                                    | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad h(3)$                                                                                                     |
| Compute $f(3)$ e $g(3)$ .                                                                                                                                                                                                                      | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad F3 := f(3);$<br>$\quad \quad \quad G3 := g(3)$                                                            |
| Mostre que o quociente de $f(3)$ e $g(3)$ é $h(3)$ .                                                                                                                                                                                           | $\text{\textcolor{red}{>}} \quad \frac{F3}{G3}$                                                                                            |

## ▼ Exercícios - Capítulo 4

Cada um dos Exercícios 4.1 - 4.13 inserem regras para  $f(x)$  e  $g(x)$  para duas funções cujo domínio é o conjunto de todos os números reais. Para cada par, obtenha as expressões aritméticas para

(a)  $h(x) = f(x) + g(x)$

(b)  $h(x) = f(x) - g(x)$

(c)  $h(x) = f(x) g(x)$

(d)  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Em cada caso, desenhe o gráfico da função  $h(x)$  e use isso para determinar o domínio e a imagem de  $h(x)$ .

**4.1.**  $f(x) = 5x - 7, g(x) = 1 - 4x$

**4.2.**  $f(x) = 9 - 2x, g(x) = 2x^2 + x - 1$

**4.3.**  $f(x) = 3x + 5, g(x) = 4x^2 + 12x + 9$

**4.4.**  $f(x) = 7x - 4, g(x) = x^2 - 2x + 5$

**4.5.**  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1, g(x) = x^2 + 2x - 35$

**4.6.**  $f(x) = 4x^2 - 17x - 15, g(x) = x^2 + 10x + 26$

**4.7.**  $f(x) = 2x^2 - 5x - 3, g(x) = 5x^2 + 3x - 2$

**4.8.**  $f(x) = 25x^2 - 40x + 16, g(x) = 6x^2 - 11x - 2$

**4.9.**  $f(x) = 9x^2 - 30x + 25, g(x) = x^2 - x - 6$

**4.10.**  $f(x) = 16x^2 - 24x + 9, g(x) = x^2 + 12x + 27$

**4.11.**  $f(x) = x^2 + 4x + 29, g(x) = x^2 + 14x + 50$

**4.12.**  $f(x) = x^2 - 8x + 25, g(x) = 4x^2 + 5x - 6$

**4.13.**  $f(x) = x^2 + 6x + 45, g(x) = x^2 + 3x - 4$



**SOLUÇÕES INTELIGENTES PARA FAZER MATEMÁTICA**

[www.aprendanet.com.br](http://www.aprendanet.com.br) - [vendas@aprendanet.com.br](mailto:vendas@aprendanet.com.br)

Tel.: 24-2231-3549 - Fax.: 24-2237-0625